

## חישוביות

בחינה סופית, מועד א', 21.06.05

מרצה: ד"ר אנה מוס

### הנחיות:

1. משך המבחן –  $2\frac{1}{2}$  שעות .
2. בטופס המבחן 3 דפים כולל דף זה. וודא כי כולם נמצאים בידך.
3. במבחן 4 שאלות. ניקוד כל שאלה מצוין בתחילת השאלה.
4. יש לענות על כל השאלות.
5. מותר להשתמש בחומר עזר לא אלקטרוני.

**בהצלחה!**

## שאלה 1 (25 נקודות)

בכל אחד מהסעיפים הבאים קבעו האם הטענה שבסעיף אמיתית או שקרית ונימקו בקצרה. תשובה לא מנומקת לא תזוכה בנקודות!

- א. קיימת רדוקציה פולינומית משפה NP-קשה לשפה שאינה NP-קשה.
- ב. קיימת רדוקציה משפה  $L \neq \Sigma^*$  לשפה  $\Sigma^*$ .
- ג. אם לא קיימת רדוקציה פולינומית משפה  $L_1$  לשפה  $L_3$  אזי לכל שפה  $L_2$ , לא קיימת לפחות אחת משתי הרדוקציות הפולינומיות  $L_1 \leq_p L_2$ ,  $L_2 \leq_p L_3$ .
- ד. יהיו  $L_1$  ו- $L_2$  שתי שפות NP-שלמות. אזי  $L_1 \leq_p L_2$  וגם  $L_2 \leq_p L_1$ .
- ה. בהנחה ש- $P \neq NP$ , אם עבור  $L_1 \in NP$  ו- $L_2 \in NP$  מתקיים  $L_1 \leq_p L_2$  וגם  $L_2 \leq_p L_1$  אזי  $L_1$  וגם  $L_2$  הן שפות NP-שלמות.

## שאלה 2 (25 נקודות)

א. נתבונן בפונקציה הבאה:

$$f(x) = \frac{x(x+1)(x+2)}{3}$$

הראו ש- $f(x)$  היא פונקציה פרימיטיבית רקורסיבית.

רמז: מהו ההפרש  $f(x) - f(x-1)$ ?

- ב. הראו שהפונקציה  $g(x) = \lceil \sqrt{x} \rceil$  היא פונקציה רקורסיבית. הבהרה:  $g(x)$  מחזירה מספר שלם קטן ביותר שגדול שווה ל- $\sqrt{x}$ . רמז: השתמשו בפונקצית monus.

## שאלה 3 (25 נקודות)

בנו מכונת טיורינג לזיהוי שפות בעלת סרט אחד מעל א"ב הקלט  $\Sigma = \{a, b\}$ . אם מילת הקלט בנויה ממספר כלשהו של חזרות על אותו צמד של שתי אותיות, המכונה תקבל את הקלט, ואם הקלט אינו מהצורה הנ"ל, המכונה תדחה אותו. לדוגמה, המכונה תקבל כל אחד מהקלטים  $ababab$  (3 חזרות על הצמד  $ab$ ),  $\varepsilon$  (0 חזרות על צמד כלשהו),  $aaaa$  (2 חזרות על הצמד  $aa$ ) ותדחה את הקלטים  $aaa$ ,  $ababa$ ,  $bbab$ .

יש לתת הגדרה מלאה של המכונה כולל טבלת המעברים.

#### שאלה 4 (25 נקודות)

הוכיחו כי הבעיה הבאה אינה ניתנת להכרעה:  
בהינתן קידודים של שתי מכונות טיורינג  $\langle M_1 \rangle$  ו- $\langle M_2 \rangle$ , האם  $M_1$  ו- $M_2$  מקבלות שפות משלימות (כלומר, כל מילת קלט המתקבלת ע"י  $M_1$  אינה מתקבלת ע"י  $M_2$  ולהיפך)?

רמז: רדוקציה מבעיית העצירה.